

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 7.02.2025

CLASA a XI-a

Problema I. (7 puncte)

Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Determinați $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ care verifică relația: $A \cdot A^t + A^t - A = O_n$, unde A^t reprezintă transpusa matricei A .

prof. Mădălin Mitrofan, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Problema II. (7 puncte)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

a) Să se arate că $A^2 = 7A - 12I_2$.

b) Să se calculeze $A^n, n \in \mathbb{N}^*$.

prof. Camelia Maria Chindriș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Problema III. (7 puncte)

Să se studieze convergența șirului $a_n = \frac{1}{\sqrt{2^3}} + \frac{1}{2^3\sqrt{3^5}} + \frac{1}{3^4\sqrt{4^7}} + \dots + \frac{1}{n^{n+1}\sqrt{(n+1)^{2n+1}}}, n \geq 1$.

prof. Jecan Eugen și Gâldean Alina, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Problema IV. (7 puncte)

Se consideră șirul de numere reale $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_1 = 12$ și $a_{n+1} - a_n = \frac{3 \cdot a_n}{n+1}, \forall n \geq 1$.

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!